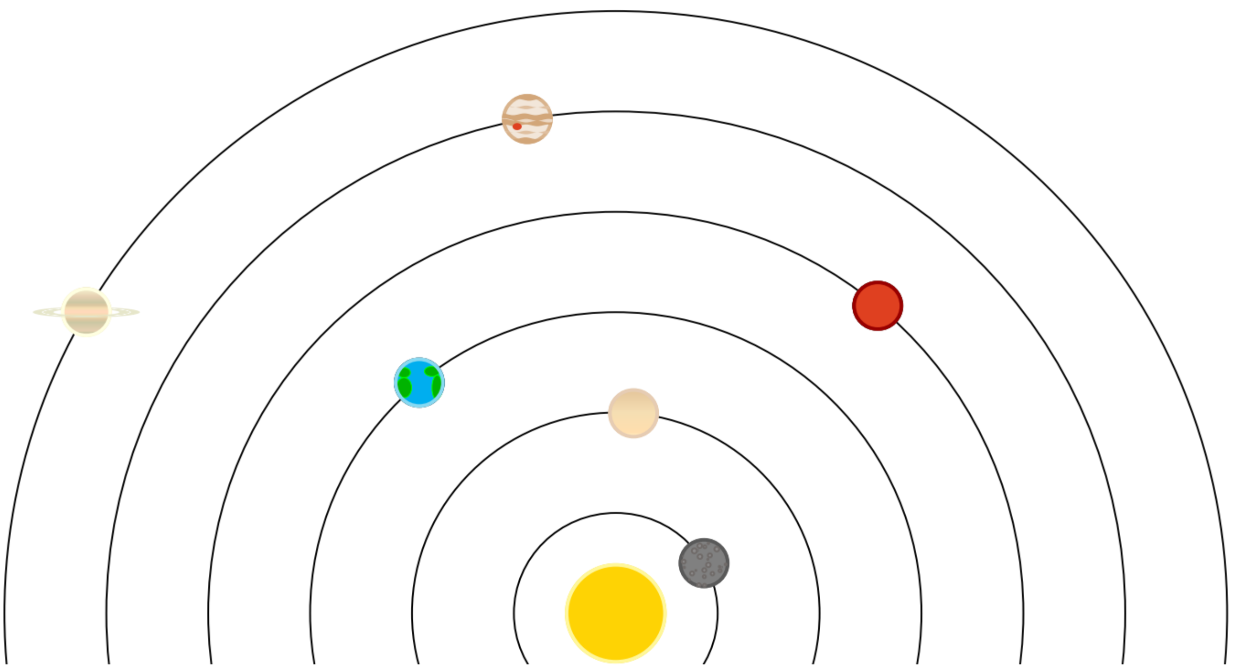
Mesurer les distances dans le système solaire



Comment savoir qu'une étoile est plus grande que la Lune ? En constatant qu'elle est beaucoup plus éloignée ! Mais on ne peut pas sortir son mètre ruban et le tendre pour mesurer la distance entre les objets célestes. Il faut ruser, et procéder de proche en proche. On détermine d'abord la distance d'un objet relativement proche. Puis on utilise cette connaissance pour en déduire la distance d'un objet un peu plus lointain. On appelle de principe l'échelle des distances : à chaque échelon, on se tient sur le barreau d'échelle précédent pour attraper le barreau suivant. Le premier échelon sur l'échelle des distances est le diamètre de la Terre.

La Terre

Le premier écrit connu concernant la rotondité de la Terre est le Rig-Veda, un texte sacré Hindou datant d'environ 1500 ans avant notre ère ; et en Grèce antique vers 300 av. J.-C., Aristote a démontré que la Terre est ronde en observant la forme de l'ombre de la Terre pendant les éclipses lunaires.

Pour l'anecdote, la controverse à l'époque de Christophe Colomb ne portait pas sur la rotondité de la Terre, mais sur son diamètre. À l'époque, plusieurs estimations du diamètre de la Terre avaient été faites, et pour justifier son voyage et obtenir des fond, il a choisi d'utiliser la plus basse. Tout le monde lui disait qu'il n'arriverait jamais à destination parce que la Terre est plus grande que ce qu'il supposait, pas parce qu'ils pensaient que la Terre est plate.

Bref, pour Ératosthène en 240 av. J.-C., ça ne faisait aucun doute que la Terre est ronde. Sachant cela, il s'est mis en tête de mesurer la circonférence de la Terre.

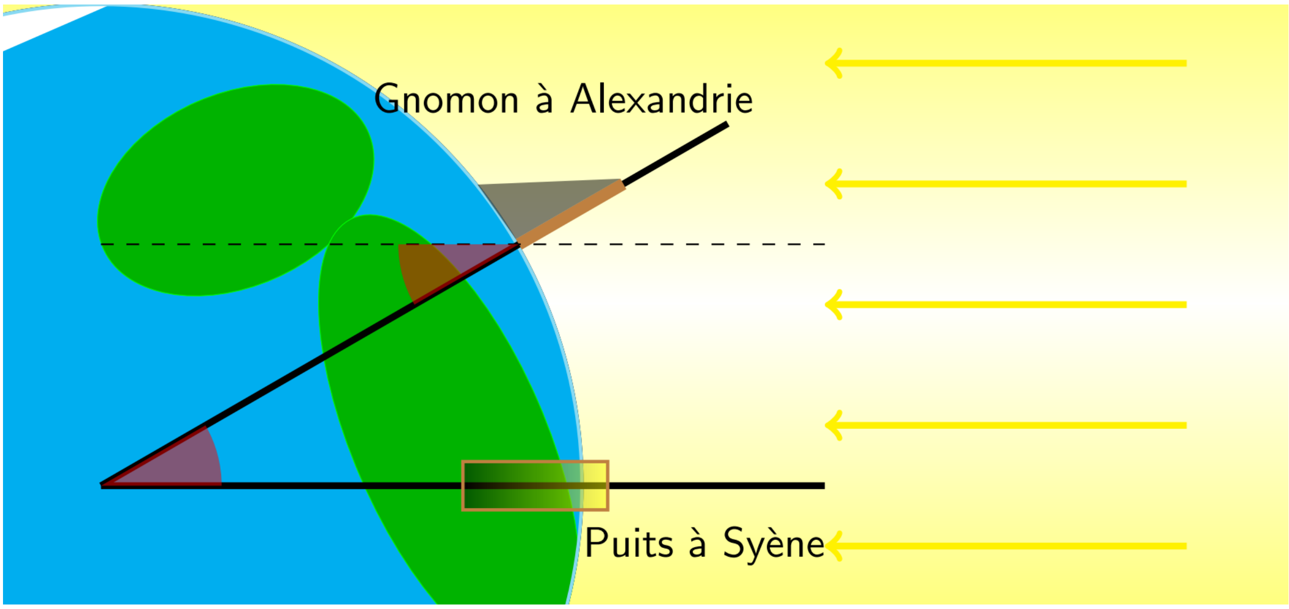
Il y aurait eu à Syène, au sud de l'Égypte moderne, un puits dont le fond était éclairé par le soleil à midi le jour du solstice d'été. En supposant que le puits était creusé à la verticale, le soleil se trouvait donc au zénith à midi. En, fait Syène est sur le 24è parallèle, donc pas tout à fait sur le tropique, mais pas loin.

Ératosthène a estimé que Alexandrie, au nord de l'Égypte, est sur le même méridien que Syène. Le jour du solstice, il a utilisé un gnomon pour déterminer l'angle que faisait le soleil avec la verticale et a ainsi mesuré un angle de 7°.

Si on suppose que le Soleil est « infiniment » loin de la Terre, alors les rayons du Soleil qui arrivent à Syène sont parallèles aux rayons qui arrivent à Alexandrie. L'angle entre les rayons du Soleil et le gnomon à Alexandrie est donc le même que l'angle formé par Syène, le centre de la Terre et Alexandrie (angles en rouge sur le schéma).

Sachant qu'il y a 5 000 stades entre Syène et Alexandrie, il en déduit par une règle de 3 que la circonférence de la Terre est de $\frac{5000\times360}{7}=250\,000\,\textit{stades}$.

On ne connaît pas exactement la valeur du stade, qui de toutes façons variait d'un endroit à l'autre, mais on estime que 250 000 stades font environ 40 000 kilomètres.



Puisque la circonférence d'un cercle vaut 2π fois son diamètre, on trouve un rayon pour la Terre de 6 500 kilomètres.

On sait aujourd'hui que le rayon moyen de la Terre est de 6 371 kilomètres. Ératosthène n'était donc pas loin de la valeur exacte, en dépit des approximations qu'il a dû faire.

Ça peut sembler à la limite du hors-sujet de commencer un article sur mesurer la distance des objets astronomiques par le diamètre de la Terre. Mais connaître le diamètre de la Terre est en fait une étape indispensable pour la suite. C'est en somme le premier barreau de l'échelle des distances. Pour déterminer la distance d'objets plus lointains, on utilise le diamètre de la Terre.

La Lune

Une fois connue le diamètre de la Terre, il est possible de déterminer le diamètre de la Lune. En 270 av. J.-C., Aristarque avait observé qu'une éclipse lunaire dure au plus trois heures et que le diamètre apparent de la Lune est de 0,5°.

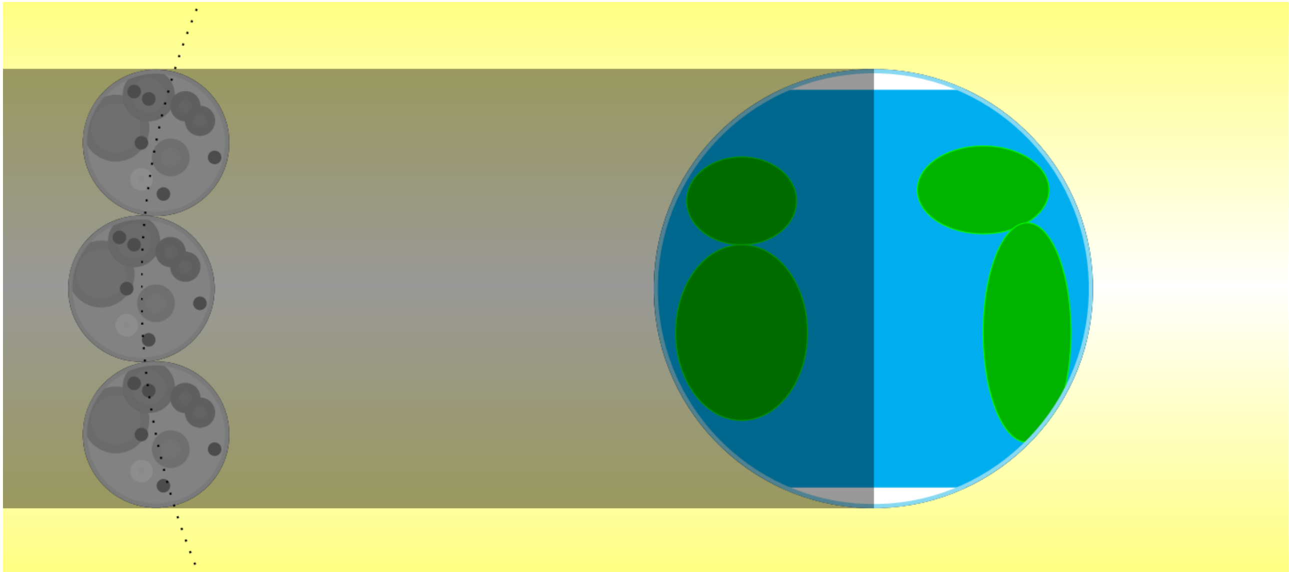
Une éclipse lunaire se produit lorsque la Lune passe dans l'ombre de la Terre. Si le Soleil est suffisamment éloigné, les rayons qui arrivent sur Terre sont tous parallèles les uns aux autres. Le diamètre de l'ombre de la Terre est alors égal au rayon de la Terre.

Puisqu'il faut 3 heures à la Lune pour parcourir un rayon terrestre, on en déduit par une règle de trois qu'elle parcourt $\frac{27\ jours \times 24\ heures}{3\ heures} = 216$ diamètres terrestres par orbite. En d'autres termes, la circonférence de l'orbite de la Lune est de 216 diamètres terrestres.

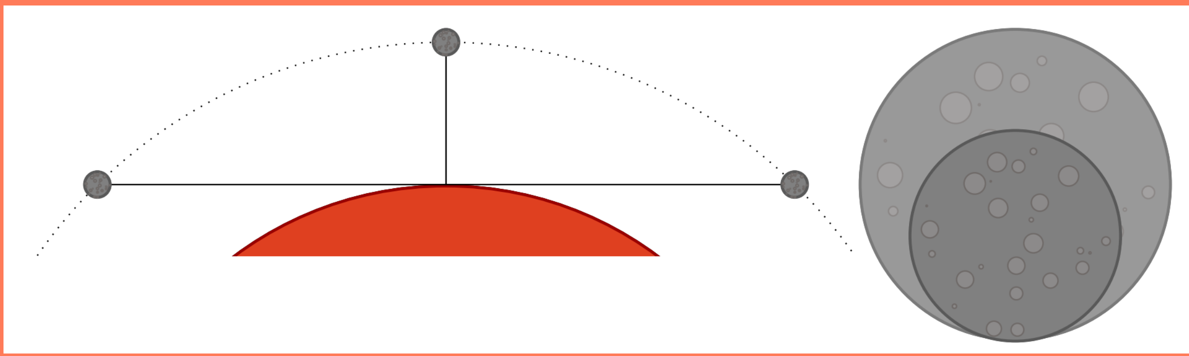
Le périmètre d'un cercle est égal à π fois son diamètre. Le diamètre de l'orbite de la Lune représente donc environ 70 diamètres terrestres. On remarque ainsi que le schéma est loin d'être à l'échelle !

Aristarque a ainsi trouvé que la Lune est à 450 000 kilomètres de la Terre alors que la valeur exacte est de 380 000 kilomètres. Aristarque avait donc obtenu le bon ordre de grandeur, en dépit des approximations qu'il a utilisé, notamment :

- son estimation du rayon de la Terre n'était pas exacte ;
- l'ombre de la Terre est un cône, pas un cylindre ;



Entracte martien



Le diamètre apparent de Phobos est de $\theta_z = 0{,}22°$ lorsqu'elle est au zénith, mais seulement $\theta_h = 0{,}15°$ lorsqu'elle est sur l'horizon, soit un écart de 32 %. Si une civilisation était apparue sur Mars, les martiens auraient sûrement remarqué un tel écart et auraient pu s'en servir pour trouver la distance qui les sépare de Phobos.

Notons R_M le rayon de Mars, R_P celui de Phobos, R_O celui de l'orbite de Phobos, d_h la distance de l'observateur à Phobos lorsque Phobos est sur l'horizon, et d_z cette distance lorsque Phobos est au zénith.

Pour rappel, le diamètre apparent θ de Phobos est l'angle sous lequel il est vu par l'observateur. Ainsi, lorsque Phobos est à une distance d de l'observateur, on a

$$\tan(\theta) = \frac{R_P}{d} \quad .$$

Lorsque Phobos est au zénith, la distance entre l'observateur et Phobos est simplement la différence entre le rayon de Mars et le rayon de l'orbite de Phobos, soit

$$d_z = R_O - R_M$$

Lorsque Phobos est sur l'horizon, le théorème de Pythagore dans le triangle formé par l'observateur, Phobos et le centre de Mars donne $d_h = \sqrt{R_O^2 - R_M^2}$

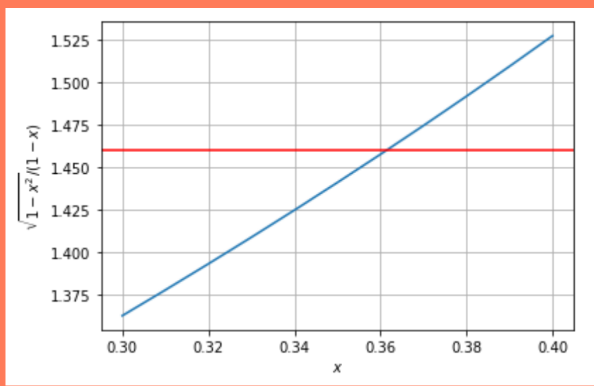
Puisque le diamètre apparent de Phobos est très petit, on peut utiliser l'approximation $\tan(\theta) \sim \theta$. Le rapport entre le diamètre apparent au zénith et le diamètre apparent à l'horizon s'écrit alors

$$\frac{\theta_z}{\theta_h} \sim \frac{\frac{R_P}{d_z}}{\frac{R_P}{d_h}} = \frac{d_h}{d_z} = \frac{\sqrt{R_O^2 - R_M^2}}{R_O - R_M}$$

En notant $x = \frac{R_M}{R_O}$, on se retrouve avec l'équation

$$1{,}46 = \frac{\theta_z}{\theta_h} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$$

que l'on peut résoudre numériquement.



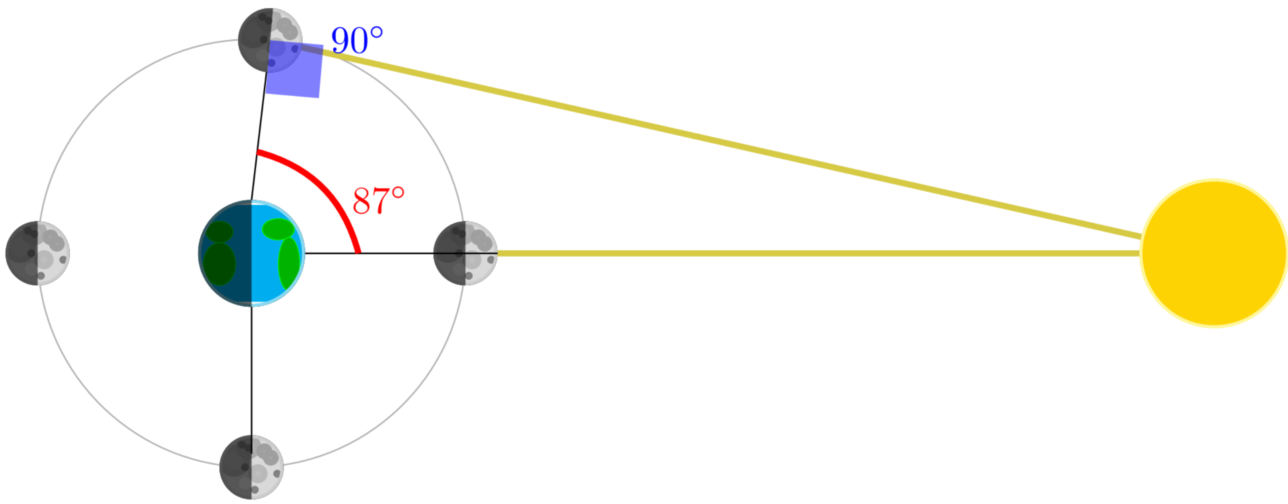
On trace la courbe $y = 1{,}46$ (en rouge) et la courbe $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$ (en bleu). En repérant l'endroit où les deux courbes se croisent, on trouve ainsi

$$R_M \simeq 0{,}36\, R_O \quad .$$

En d'autres termes, le rayon de l'orbite de Phobos est 2,8 fois plus grand que le rayon de la planète Mars. Si les martiens ont trouvé le rayon de la planète Mars avec une méthode semblable à celle d'Ératosthène, alors ils savent que le rayon de l'orbite de Phobos est d'environ 9 200 kilomètres.

Le Soleil… ou pas

Une fois qu'il connaissait la distance Terre-Lune, Aristarque s'est mis en tête de mesurer la distance Terre-Soleil. Pour ça, il a eu une idée plutôt astucieuse : lorsque la droite Terre-Lune est perpendiculaire à la droite Terre-Soleil, on voit un peu plus qu'un quartier de Lune. Dit autrement, lorsqu'un observateur du côté nuit de la Terre voit très précisément un quartier de Lune, alors l'angle entre la Lune, la Terre et le Soleil est inférieur à 90°.



Il suffit alors de mesurer cet angle et d'utiliser un peu de trigonométrie pour en déduire la distance Terre-Soleil. Aristarque estime que cet angle Soleil-Terre-Lune vaut 87°. Au moment du quartier de Lune, on trouve dans le triangle Terre-Lune-Soleil

$$\frac{distance(Terre, Lune)}{distance(Terre, Soleil)} = \cos(87°) = \frac{1}{20}$$

D'après Aristarque, le Soleil est donc 20 fois plus éloigné de la Terre que ne l'est la Lune, ce qui correspond à une distance Terre-Soleil de 9 millions de kilomètres.

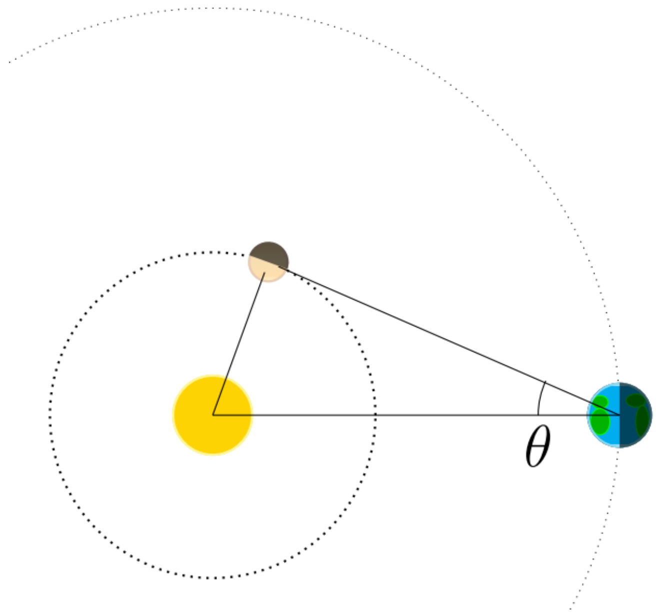
La méthode d'Aristarque était intéressante, mais son estimation était inexacte : l'angle entre le Soleil, la Terre et la Lune vaut en fait 89,85°. En effet, mesurer cet angle n'était pas chose aisée. La surface de la Lune n'est pas lisse, donc le terminateur n'est pas un segment de droite, et le Soleil n'était pas visible dans le ciel au moment de la mesure. En outre, comme on prend le cosinus de l'angle, cette erreur de moins de 3° se traduit par une erreur de plus de cent millions de kilomètres. Le Soleil est donc bien plus éloigné de la Terre que ne le pensait Aristarque.

Une fois qu'Aristarque avait calculé la distance Terre-Soleil, il s'est servi de cette information pour trouver le diamètre du Soleil. Sachant que la Lune et le Soleil ont le même diamètre apparent, et pensant que le Soleil est 20 fois plus éloigné que la Lune, il a appliqué le théorème de Thalès pour en déduire que le Soleil est 20 fois plus grand que la Lune. Il s'est alors demandé pourquoi le Soleil tournerait autour de la Terre plutôt que le contraire, puisque le Soleil est plus grand. En somme, un peu d'observation et de géométrie lui ont permis de remettre en cause le modèle géocentrique.

Distance des planètes

C'est Copernic vers 1543 qui a débloqué la clé pour mesurer la distance des planètes. Puisque toutes les planètes sont en orbite autour du Soleil, il suffit de mesurer l'angle θ sur la voûte céleste entre le Soleil et la planète. Pour une planète intérieure comme Vénus, l'angle θ est maximal lorsque l'angle formé par le Soleil, Vénus et la Terre est un angle droit. On a alors

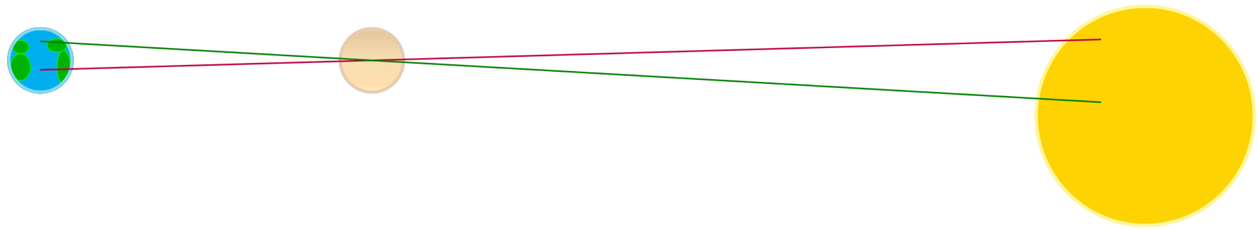
$$\sin(\theta) = \frac{distance(Soleil, Vénus)}{distance(Soleil, Terre)}$$



Cependant, si on ne connaît pas la distance entre la Terre et le Soleil, cela ne nous donne qu'une partie de l'équation. Comme on ne sait pas encore déterminer cette distance, on introduit une nouvelle unité de mesure : l'unité astronomique, qui vaut la distance moyenne entre la Terre et le Soleil. Même si on ne sait pas combien de kilomètres il y a dans une unité astronomique, on peut exprimer les distances des planètes en unités astronomiques.

L'unité astronomique et le transit de Vénus

Au 17è siècle, Kepler a appliqué son modèle pour décrire les orbites planétaires à la Terre et a déterminé que si le Soleil n'était qu'à 10 millions de kilomètres, comme le prédit le modèle d'Aristarque, alors on devrait voir des mouvements apparents du Soleil que l'on observe pas en pratique. Il en a déduit qu'Aristarque avait sous-estimé la distance Terre-Soleil.



Par la suite, de nombreux scientifiques ont tenté de mesurer la distance Terre-Soleil, avec des estimations qui allaient du simple au centuple ! Ce n’est qu’à partir du 18è siècle que les estimations ont commencé à converger.

Un transit est le passage d’un astre devant un autre. Ici, on va s’intéresser à des transits de planètes, c’est-à-dire lorsque Vénus ou Mercure passe directement entre le Soleil et la Terre. On peut alors observer la planète qui obscurcit une partie du disque solaire.

Au tout début du 18e siècle, l’astronome Edmond Halley – c’est celui dont le nom a été donné à une comète célèbre – avait été très impressionné par l’observation d’un transit de Mercure. Ça l’a beaucoup fait réfléchir, et il a publié un article expliquant comment on peut utiliser le transit d’une planète interne pour déterminer la valeur de l’unité astronomique.

Pour le transit de Vénus de 1761, plusieurs expéditions ont été montées pour observer le transit depuis différents endroits sur Terre. Plus de 200 astronomes ont observé le transit. C'était en quelque sorte la première grande collaboration scientifique internationale.

En fonction de l’endroit où on se trouve sur Terre, Vénus ne transit pas devant la même portion du disque solaire. Le transit est alors plus ou moins long. En comparant la durée du transit d’un endroit à l’autre, on peut en déduire la valeur de l’unité astronomique.

Depuis la Terre, on verra Vénus passer devant le disque solaire, mais tous les observateurs ne verront pas Vénus dans la même configuration par rapport au Soleil.

Dans le schéma, l’observateur dans l’hémisphère sud verra Vénus passer le long du segment rouge, tandis que l’observateur de l’hémisphère nord verra Vénus passer le long du segment vert.

Suite au transit de 1761, Johann Encke a trouvé une distance Terre-Soleil de 153 millions de kilomètres, très proche des 140 millions qu’on connaît aujourd’hui.

Les observations de 1761 n’ont pas été très probantes pour connaître la valeur de l’unité astronomique, car il y avait

encore d’assez grandes erreurs de mesure. Elles ont cependant permis aux astronomes de s’entraîner pour le transit de Vénus de 1769.

Et surtout, le transit de 1761 marque le début de la convergence des différentes valeurs de la distance Terre-Soleil. Au cours des siècles précédents, on avait un bon nombre d’estimations différentes de cette distance. Après 1761, les différentes estimations se sont resserrées de plus en plus jusqu'à tenir dans un mouchoir de poche. On a alors atteint un consensus scientifique sur la valeur de l’unité astronomique.

Jusqu'à présent, on avait exprimé les distances entre le Soleil et les planètes du système solaire en unités astronomiques, mais sans connaître la valeur de l’unité astronomique. Connaissant la distance Terre-Soleil, on peut déterminer précisément la distance de toutes les planètes.

Conclusion

Aujourd’hui, on dispose de moyens technologiques plus sophistiqués pour mesurer la distance des objets dans le système solaire. Sur la Lune, on a placé des réflecteurs qui ont permis de constater que la Lune s'éloigne de 4 centimètres chaque année. La distance du Soleil est mesurée très précisément par radar. On a aussi utilisé un radar pour déterminer la position et la vitesse d'`Omuamua pendant son passage à travers le système solaire.